Calculus Problem Set 2 October 2013

[1]　次の関数 $f(x,y)$ について極値を求めよ。

(1)　$f(x,y)=x^3-6xy+y^3$,　(2)　$f(x,y)=x^2-xy+y^2+2x+2y-4$,　(3)　$f(x,y)=2x^3+3xy+2y^3$,

(4)　$f(x,y)=x^3+y^3+3x^2-3y^2$,　(5)　$f(x,y)=x^2+xy+y^2+3x-3y+4$,

(6)　$f(x,y)=x^2+xy+3x+2y+5$,　(7)　$f(x,y)=5xy-7x^2+3x-6y+2$,

(8)　$f(x,y)=2x^2+3xy+4y^2-5x+2y$,　(9)　$f(x,y)=x^2+2xy$,

(10)　$f(x,y)=6x^2-2x^3+3y^2+6xy$,　(11)　$f(x,y)=9x^3+\dfrac{y^3}{3}-4xy$

(12)　$f(x,y)=3+2x+2y-2x^2-2xy-y^2$,　(13)　$f(x,y)=x^3-y^3-2xy+6$,

(14)　$f(x,y)=x^3+3xy+y^3$,　(15)　$f(x,y)=\dfrac{1}{x^2+y^2-1}$,

(16)　$f(x,y)=y\sin x$,　(17)　$f(x,y)=x^2+y^2+xy-4x-5y$,　(18)　$f(x,y)=x^3-3x^2+y^2$

(19)　$f(x,y)=x^3+x^2y+y^2+2y$,　(20)　$f(x,y)=x^3+y^3-3xy$,　(21)　$f(x,y)=x^4+y^4+xy$,

(22)　$f(x,y)=xy+\frac{8}{x}+\frac{8}{y}$.

[2]　次の関数 $f(x,y)$ の領域 D における最大値・最小値を求めよ。

(1)　$f(x,y)=x^2+y^2$,　$D: x\geq 0, y\geq 0, y\leq 2-2x$,

(2)　$f(x,y)=x^2+xy+y^2-6x+2$,　$D: 0\leq x\leq 5, -3\leq y\leq 0$,

(3)　$f(x,y)=(4x-x^2)\cos y$,　$D: 1\leq x\leq 3, -\pi/4\leq y\leq \pi/4$

(4)　$f(x,y)=x^2-y^2-2x+4y$,　D は 3 直線 $y=x+2, y=0, x=2$ で囲まれた部分。

(5)　出題意図は次の関数：$f(x,y)=y^2-xy-3y+2x$, D は 4 直線 $x=\pm 2, y=\pm 2$ で囲まれた部分。

(6)　$f(x,y)=x^2+xy+y^2-3x+3y$, D は 3 直線 $x=0, y=0, x+y=4$ で囲まれた部分。

[3]　制約条件 $x^2+y^2=1$ の下で次の関数の最大値最小値をラグランジュの乗数法を用いて求めよ。

(1) $f(x,y)=x^3+y^3$,　(2) $f(x,y)=2x^2+2xy+y^2$,　(3) $f(x,y)=3x+4y$

[4]　条件 $x^2-2xy+3y^2=6$ の下で、関数 $f(x,y)=x^2+2y^2$ の最大値および最小値を求めよ。

[5]　ラグランジュの乗数法を用いて、曲線 $x^2+xy+y^2=1$ 上の点で原点に最も近い点と最も遠い点を求めよ。