

Calculus 2 Problem Set 3 November 2013

[1] 次の累次積分の領域を図示し、積分の値を求めよ。

$$(1) \int_{-1}^0 \int_{-1}^1 (x+y+1) dx dy, \quad (2) \int_0^\pi \int_0^x x \sin y dy dx, \quad (3) \int_1^{\log 8} \int_0^{\log y} e^{x+y} dx dy,$$

$$(4) \int_0^1 \int_0^{y^2} 3y^3 e^{xy} dx dy, \quad (5) \int_{-\pi/3}^{\pi/3} \int_0^{\sec x} 3 \cos x dy dx, \quad (6) \int_0^2 \int_x^2 2y^2 \sin xy dy dx,$$

$$(7) \int_0^{2\sqrt{\log 3}} \int_{y/2}^{\sqrt{\log 3}} e^{x^2} dx dy, \quad (8) \int_0^3 \int_{\sqrt{x/3}}^1 e^{y^3} dy dx$$

[2] 次の2重積分の領域を図示し、積分の値を求めよ。

$$(1) \iint_D xy dx dy, \quad D: 1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2,$$

$$(2) \iint_D (1+x+2y) dx dy, \quad D: 1 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 2,$$

$$(3) \iint_D \sin(x+y) dx dy, \quad D: 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2},$$

$$(4) \iint_D x^3 y dx dy, \quad D: 0 \leq x \leq 1, x \leq y \leq 1,$$

$$(5) \iint_D (x+y) dx dy, \quad D: \frac{x}{3} + \frac{y}{2} \leq 1, x \geq 0, y \geq 0,$$

$$(6) \iint_D \sin(x+y) dx dy, \quad D: 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \pi - x,$$

$$(7) \iint_D \sqrt{y-x} dx dy, \quad D: x+y \leq 1, y \geq x, x \geq 0,$$

$$(8) \iint_D \log \frac{x}{y} dx dy, \quad D: 1 \leq y \leq x \leq e,$$

[3] 領域を図示し積分せよ。

(1) 関数 $f(x, y) = x/y$ を第1象限で直線 $y = x, y = 2x, x = 1, x = 2$ で囲まれた領域で積分せよ。

(2) 関数 $f(x, y) = x^2 + y^2$ を3点 $(0, 0), (1, 0), (0, 1)$ を頂点とする三角形上で積分せよ。

(3) 関数 $f(x, y) = \frac{y}{1+x^2}$ を直線 $y = x$ と放物線 $y^2 = x$ で囲まれた領域で積分せよ。

[4] 次の累次積分の領域を図示し、積分の順序を交換した累次積分を書け。

$$(1) \int_0^1 \int_2^{4-2x} dy dx \quad (2) \int_0^1 \int_y^{\sqrt{y}} dx dy, \quad (3) \int_0^1 \int_1^{e^x} dy dx, \quad (4) \int_0^{3/2} \int_0^{9-4x^2} 16x dy dx$$

$$(5) \int_0^1 \int_{x^2}^x f(x, y) dy dx, \quad (6) \int_0^1 \int_x^{\sqrt{x}} f(x, y) dy dx, \quad (7) \int_0^2 \int_{y^2}^{2y} f(x, y) dx dy,$$

$$(8) \int_0^1 \int_x^{2x} f(x, y) dy dx,$$

[5] 次の累次積分の値を求めよ。

$$(1) \int_0^1 \int_x^1 \sqrt{1-y^2} dy dx, \quad (2) \int_0^{\pi/2} \int_0^x \sin x \sin^3 y dy dx,$$