Calculus 2 Problem Set 4 December 2013

[1] 適当な１次変換を行なう事によって、次の２重積分の値を求めよ。

(1) $\iint_D 3x\,dx\,dy, D: 0 \leq x-y \leq 1, 0 \leq x+2y \leq 1,$

(2) $\iint_D (x+y)\,dx\,dy, D: 0 \leq x+y \leq 1, |x-y| \leq 1,$

(3) $\iint_D (x-y)\sin(x+y)\,dx\,dy, D: 0 \leq x-y \leq \pi, 0 \leq x+y \leq \pi,$

[2] $D: 0 \leq x+y \leq 1, 0 \leq x-y \leq 1$ とする。$x+y=u, x-y=v$ と変数変換して、関数

$z=(x^2-y^2)e^{-x-y}$ の D での２重積分の値を求めよ。

[3] $a>0$ とし $D: 0 \leq x+y \leq a, x \geq 0, y \geq 0$ とする。$x+y=u, x-y=v$ と変数変換して、関数

$z=e^{-(x+y)^2}$ の D での２重積分の値を求めよ。

[4] 以下の２重積分を極座標に変換して、値を求めよ。(Hint: 領域の形をスケッチせよ)

(1) $\iint_D x^2\,dx\,dy, D: x^2+y^2 \leq 1, x \geq 0,$

(2) $\iint_D \sqrt{16-x^2-y^2}\,dx\,dy, D: x^2+y^2 \leq 16, x \geq 0, y \geq 0,$

(3) $\iint_D (2x^2+3y^2)\,dx\,dy, D: 1 \leq x^2+y^2 \leq 9,$

(4) $\iint_D xye^{-(x^2+y^2)}\,dx\,dy, D: x^2+y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0,$

(5) $\iint_D 3y\,dx\,dy, D: x^2+y^2 \leq 2x, y \geq 0,$

[5] $D: \sqrt{x}+\sqrt{y} \leq 1, x \geq 0, y \geq 0$ とする。$x=u^2\ (u \geq 0), y=v^2\ (v \geq 0)$ と変数変換して、関数

$f(x,y)=y$ の D での２重積分の値を求めよ。

[6] 次の累次積分を極座標で表し，積分を実行せよ。(Hint: 領域の形をスケッチせよ)

(1) $\int_{-1}^{1}\int_{0}^{\sqrt{1-x^2}} dydx,$ (2) $\int_{0}^{1}\int_{0}^{\sqrt{1-y^2}} (x^2+y^2)dxdy,$ (3) $\int_{-a}^{a}\int_{-\sqrt{a^2-x^2}}^{\sqrt{a^2-x^2}} dydx,$

(4) $\int_{0}^{6}\int_{0}^{y} xdxdy,$ (5) $\int_{-1}^{0}\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{0} \frac{2dydx}{1+\sqrt{x^2+y^2}},$ (6) $\int_{0}^{\log 2}\int_{0}^{\sqrt{(\log 2)^2-y^2}} e^{\sqrt{x^2+y^2}}dxdy,$

(7) $\int_{0}^{2}\int_{0}^{\sqrt{1-(x-1)^2}} 3xydydx,$ (8) $\int_{-1}^{1}\int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} \log(x^2+y^2+1)dxdy$

[7] 第１象限で曲線 $r=2(2-\sin 2\theta)^{1/2}$ で囲まれた領域の面積を求めよ。

[8] 曲線 $r=12\cos 3\theta$ で囲まれた領域の面積を求めよ。

[9] 第１象限で曲線 $r=1+\sin\theta$ で囲まれた領域の面積を求めよ。